

養成看清事物前提的習慣

資料來源：《人人都要懂的統計思維》，(日)篠原拓也 著，

丁妍妍譯，機械工業出版社，2022。

生男孩還是生女孩，理論上來說是相同的，都是 $1/2$ ，而且前一個孩子的性別應該與下一個孩子的性別沒有關係。所以已經有了 6 個女兒的家庭第 7 個孩子是男孩的機率，並不會比成為 7 仙女家庭的機率高，這早就騙不了人了。可是請問：「一個家庭，已經有了二個孩子，其中一個是男孩，這時，另一個是男孩的機率是多少呢？」你認為是 $1/2$ 嗎？很遺憾，並不正確！

機率是處理「發生可能性」這種看不見的東西，所以很難捕捉到其變化。機率令人疑惑難解的一個原因，在於看似簡單的問題卻表現出了令人意外的一面！

讓我們回到前面的問題。因為這個家庭已經有二個孩子，所以只有「兄弟」、「兄妹」、「姐弟」、「姐妹」四種情況。因為男孩女孩的出生機率是一樣的，所以這四種情況出現的機率是一樣的。因為二個人中，已經有一個是男孩，所以「姐妹」可以排除，剩下 3 種情況，如果要滿足另一個是男孩的條件，就只有「兄弟」一種，因此另一個是男孩的機是 $1/3$ ，不是 $1/2$ 。

但是，如果這個問題是「我知道大的孩子是男孩，那麼小的也是男孩的機是多少？」這時可能性就只有「兄弟」和「兄妹」中的一個，答案就是 $1/2$ 了。嚴格說來，與其說這道題是個機率問題，倒不如說，是文章閱讀的語言能力問題。

從一組撲克牌中，取出一張撲克牌不看背朝上放在桌上，從剩下的 51 張牌中，再抽出一張，發現是紅桃，請問，桌上的第一張牌也是紅桃的機率是多少？

因為第一張牌的花色，不會因第二張牌的花色而改變，所以第一張牌是紅桃的機率是 $13/52 = 1/4$ 。是這樣嗎？一副撲克牌共有 52 張，扣除一張已翻出的紅桃，剩下 51 張，所以第一張牌也是紅桃的機率是 $12/51$ ，也就是 $4/17$ 。由此我們可知，雖然第一張牌的花色不會受到下一張牌花色的影響，但是，這一張牌是紅桃的機率會根據下一張牌已出現的結果而變化，這是問題的重點。如果第二張牌是紅桃以外的其他花色牌，那麼放在桌上的第一張牌是紅桃的機率就是 $13/51$ 。

如果給定的訊息有所不同，或者有額外的訊息進入，機率是會發生變化的。因此，在競爭的世界裡，各種訊息的交流本就十分頻繁，已知的訊息有微小變化或有追加訊息，都可能會對機率產生影響。當前提條件發生變化時，需要判斷這件事和之前相比是否會發生變化，有能力看清變化是很重要的。

看了以上的論述，大家聯想到什麼可以應用的場合？

- 看過電視的綜藝節目嗎？在參賽者過關後的抽獎選擇中，主持人開出一個未被抽的獎，並提出要不要換，他應該怎麼決定？
- 在抽獎活動中，如果大獎一直沒被開出，後面抽中大獎的機率會不會增加？

再舉一個例子。在一個有 30 人的班級裡，有二位學生生日是同一天的機率是多少？人們總以為，一年有 365 天，要生日相同的機率可能很小吧(這叫主觀機率)？但是實際上，這種機率有 70%以上(這叫客觀機率)，因為我們前曾討論過如何計算，若不記得可找來回頭再看看。

「主觀機率」是由每個人在生活中憑經驗得來的感覺，是「人認為該事件發生的機率」，由於每個人的經驗和感覺不一樣，當然差別甚大，常常是各說各話。而「客觀機率」則是可以利用科學理論計算出來的，它是客觀確定的，不管是誰來算，結果都應該一樣。例如，投一個正常的硬幣，正面和反面都各有 1/2 出現的機率。

對於機率很小、很少會發生的事情，主觀機率常會大於客觀機率。例如「月全蝕」，在日本大約每二年發生一次，所以在日本的每個晚上仰望天空，會偶然看到月全蝕的機率大約 0.2 %，可是，我們在電視上卻會不時看到月全蝕的報導，就會造成月全蝕並不是很少出現的印象。

剛才提到的在 30 人的班級裡，竟然會有 70 % 的機率有人生日相同，這是客觀機率大於主觀機率的例子。可是如果把問題改為「在 30 人的班級裡，有學生和班上某某同學同一天生日的機率是多少？」，那麼最多也就只有 8 %了。如果某人作了一個夢，先人要他找時間去掃墓，於是他就請假去掃墓了，沒想到，那天正好有一塊隕石砸到他家的屋頂，他因為去掃墓躲過了一劫。你說，是先人救了他一命嗎？事實上，本來隕石掉落的機率非常小，和他去掃墓重疊的機率當然更小，難道不是先人在保佑他嗎？可是，我們也要想想，隕石掉落的機率並不是關鍵，他外出不在家的機率才是關鍵。如果他那天是去上班，不是也一樣能躲過嗎？由此例可見，有許多迷信和不合理的習俗，大多和主觀機

率的介入有關。

所以要正確求解問題，一定要把問題的前提看清楚。

練習題：

1. 氣象預報：明天下雨機率為台北 50%、台中 30%、高雄 10%，
請問明天此三地同時下雨的機率是否為三者相乘？為什麼？
2. 一架雙引擎客機，其中每一台發動機發生故障的機率是十萬分一，那麼二台發動機同時故障的機率是多少？為什麼？
3. 每顆愛國者飛彈的防禦力為 70%，請問 3 顆的防禦力是否為 210%？為什麼？