學會粗略估算

主要參考資料:《人人都要懂的統計思維》,(日)篠原拓也 著, 丁妍妍譯,機械工業出版社,2022。

「估算」當然不是準確的,只是有大致的把握。無論是推斷事物的發展或 是將複雜的事物簡單化,都非常有實用價值。事實上就有很多利用數學知識進 行估算的方法,若是我們能學會一些粗略的估算方法,常會有意想不到的用 途。

● 排隊時間的估算

「排隊」是大家經常會碰到的現象,在遊樂景點、知名餐廳、購票、 繳費結帳……等,常常會遇到排隊的隊伍。當我們看到一排隊伍或已經排 在隊伍中,是不是都很想知道這個隊還得要排多久?排隊是枯燥又心急 的,加上焦慮的情緒更會加劇變成一種痛苦。排隊的人少,還不成問題, 若是一個長蛇形隊伍時,有什麼方法能夠估算還要排多久嗎?

美國麻省理工學院的 John Little 教授,於 1961 年提出了一個利用數學 尋求對策的簡單估算方法,稱為「利特爾法則」,可運用於制定經營相關的決策。以排隊問題為例,假設一個遊樂園在你前面排摩天輪的遊客約有 100 人,1 分鐘後你的後面又多排了 5 人,你等待時間的估計,就是:

100 除以 5 等於 20, 也就是大約要等 20 分鐘。

應用利特爾法則的基本假設是:服務的速度穩定。假設某高速公路的 收費窗口內部規定,在排隊的車輛超過20輛時,就會增開一個收費口,那 麼如果該收費站每秒鐘新增1輛車排隊,則每輛車的最長等待時間就約 20/1 = 20(秒)。

● 根據編號估算總量

二次世界大戰時,德軍的坦克車實力強大,不管是虎式或豹式坦克,不是在火力、裝甲就是在速度、靈活性都在盟軍之上。因此,盟軍對德軍到底能生產多少坦克很關心。當然,德國的坦克生產訊息是絕對機密,雖然有情報部門的資訊,但總是被認為有高估的嫌疑。盟國的統計學家發展出了一個公式來估計:

 $N \approx m + (m/k) - 1$

N:坦克總數, m:觀察到的最大序號, k:觀察的樣本數

例如,在戰場上搜集到了4輛坦克,編號分別是:16、27、47、64,

代入公式 N=m+(m/k)-1=64+(64/4)-1=79

也就是總量為79輛。

可是根據盟軍的情報,1940年6月至1942年9月,以德國的庫存鋼鐵量、生產速度等估計的每月生產量約為1400輛坦克,但是實際戰場上用統計的方法估計約為246輛,差異極大。二戰後德軍的資料被公開,發現實際平均月產為245輛,竟然十分準確。

在日常生活中,很多事物都會有一個生產的數字編號,在訊息不明的情況下,使用這樣的統計思維來估算,還是相當有用的。你還想到了哪些可以應用的場合嗎?

● 人氣商店擁擠的程度

在博奕論中有一個「EL Farol Bar」問題,研究一家人氣商店的擁擠程度。「EL Farol Bar」是一家美國新墨西哥州的人氣小酒吧,當上座率達到某一程度時,如果有新顧客進去,就會覺得太擠感覺不舒適,那麼,店裡的擁擠程度是否會穩定在某一水準?

如果所有顧客都是依據上次來店時的體驗,決定下次是否再光顧,那麼,這家店的擁擠程度每天都會有較大幅度的變動。也就是說,上次感覺不錯的,下次還會優選;上次來時覺得太擠的,再來的可能性就變低。如果大家都這樣,這家店不是更熱鬧就是更冷清。那麼,當顧客隨機行動時,當上次感到舒適時,下次大概率會再來,而上次感受不佳的,下次來的可能性就比較低。

像這樣,按照統計思維在設定一個隨機行動前提下,那麼店裡的擁擠程度將會慢慢穩定在座位數的六成。實際進行驗證實驗後,得出的結論也確實是在六成左右。這意味著,每一位顧客能將自己的體驗融入其中,他們隨機的採取行動,反而實現了適度的平衡。會有這樣的結果,研究人員的解釋是:「人類的行為,不是遵守某種定律,而是遵循各種模式。」假設

是否來店是隨機的,就會發現整體的擁擠程度能保持適度的平衡。

人們每天不經意的行為,都包含了大量的概率因素,而且,可以通過「統計思維」來解釋。例如,我們在超市買東西時,看到特價商品時,可能會情不自禁的下手去買,本來不在採購單上的東西。反之,如果本來想買的東西感到價格貴時,有可能就少買一些或者不買了。可是這種行為,我們並沒有強烈的意識到,也就是說,當人們在沒有強烈意識時做出的判斷,結果會形成適度的平衡。

理論上,人們應該是不喜歡擁擠的,所以會考慮選擇避免擁擠的活動。但當置身於排長龍的等候隊伍中時,並不是按理論行事,而是按概率行事,這種說法似乎更符合現實世界吧!