常態分配的應用

常態分配非常重要的原因之一是許多大量的資料都可用常態曲線去模擬，例如身高、體重、血壓、膽固醇……等變量均很接近常態分配，我們又知道常態分配的特性，因此可用來作一些有用的推論或判斷。

舉例來說，我們知道異常與正常的觀念是相對的，一個大多數存在的現象自然不會是異常。假設我們要判斷一個新生嬰兒的體重是否過輕(即異常)？判定的標準應該怎麼訂？有人說，2,500 克以下就是太輕，那 2,500 克這個標準是怎麼來的？這個標準是不變的嗎？

常態分配的觀念可以為我們解答這個問題。因為所有新生嬰兒的體重是近似常態分配的，因此，我們可以從大量的新生嬰兒出生記錄求出它的平均數 μ 和標準差 σ，則 $\mu \pm 2\sigma$ 應包括全部新生嬰兒體重的 95.44%，假設我們把正常的標準訂在 $\mu \pm 2\sigma$ ，那麼體重超過 $\mu + 2\sigma$ 我們認為體重過重，不足 $\mu - 2\sigma$ 的我們就認為體重過輕。如果有一個新生嬰兒體重不到 $\mu - 2\sigma$ ，我們就一律判為屬於某些異常因素影響下體重過輕的分配，這時就會有 4.56%/2 = 2.28% 的機率是誤判的(因為它也是屬於新生嬰兒體重的那個常態分配)，因為誤判率不到 3%我們認為可以接受。

或許有人要問：為什麼要定 $\mu \pm 2\sigma$？是不是可以定 $\mu \pm 3\sigma$ 呢？當然可以，其中的取捨應配合我們的專業知識和需要而定，專業知識是指要視體重和生命體徵的關係決定是否要放在保溫箱，需要是指我們有多少醫療資源。因為如果定為 $\mu \pm 3\sigma$ 就表示標準比較寬鬆，判為異常者較少，反之，如以 $\mu \pm 1\sigma$ 作判定標準的話就會有 32%左右被判為異常，在工業上，一般以 $\mu \pm 2\sigma$ 或 $\mu \pm 3\sigma$ 作為基準的較多。

同樣的，大家不妨想想，判定一個人是否「高血壓」的界限醫界是怎麼定出來的？正常的血壓標準有沒有愈來愈緊縮的現象？標準定嚴一點，是不是就會有更多的人被判為高血壓或臨界高血壓，不是馬上就要吃降血壓的藥就是要定期回診觀察？為什麼會這樣？難道不分年齡血壓的標準都是一樣嗎？大家不妨上網查一下所謂「高血壓」定義的沿革。

標準常態分配還有一個很好用的地方，就是可以將不同單位或不同平均數和標準差的常態分配標準化以後來作相互比較。例如大學招生時要比較考生的成績，可是每個科目的評分標準不一，有的科目老師評分較嚴或考題較難，且學生間差距大，有的科目評分較寬或考題難度較低，且學生間差距不大，如果

是把各科目的分數直接相加來比其實是並不妥當的。我們知道學生的學習成績是近似常態分配的，每個科目都可由全部考生的成績計算出 μ 及 σ ，然後予以標準化，計算出考生每個科目的「標準分數」(standard score)，也就是以平均數為 0 ，以標準差為單位的轉換後分數，這樣就可以相互的比較了。亦即：

標準分數 = (觀測值 − 平均數)/標準差

轉換後的標準分數 +1 就是指該觀測值是在平均數之上 1 個標準差。標準分數 −2 就表示在平均數之下 2 個標準差，這樣不同分配中的觀測值就可以拿來相互比較了。

由以上的說明，我們知道對常態分配來說，標準差提供了一個相當確切的比較，另外標準差還可以直接轉換成「百分位數」(percentile)。對標準常態分配來說標準分數 1 就相當於第 84 百分位數，標準分數 0 就相當於第 50 百分位數，也就是相當於平均數、中位數。每個標準分數都可以透過常態分配表轉換成特定的百分位數，出現在考生成績單上的 PR (Percentile Rank)值就是指考生的百分等級(其實就是百分位數)。例如某考生某科目百分等級為 PR 84，就表示有 84%的考生得分比他低，有 16%考生比他考得好。

由於百分等級比原始分數或標準分數都更容易為一般大眾了解和比較，這就是為什麼學測或指考等大規模的考試，考生成績單上都會同時列出 PR 值的原因。