常態曲線的共同性質

常態曲線有很多，每一個常態曲線都可以用各自的平均數和標準差來描述，所有的常態曲線都具有以下的共同性質：

1. 常態曲線為單峰的對稱分配，其分界點在 $x = \mu$ 處。

2. 常態曲線之算術平均數 μ、中位數 Me、眾數 Mo 三者合而為一，即 μ = Me= M_O ，且均在曲線最高點處。

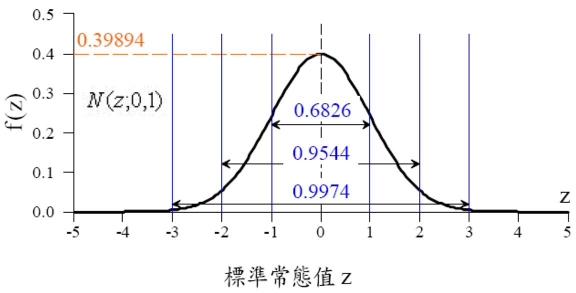
3. 常態分配為連續隨機變數 x 的函數，其變值範圍可由 $-\infty$ 至 $+\infty$，所以曲線兩端並不與橫座標相接。

4. 常態曲線線在 $\mu \pm 1\sigma$ 處為反折點(infection point)，在此二點之間曲線為向下彎，之外為向上彎。

5. 常態曲線與橫座標之間所包含之總面機為 1 (100%)。

6. 若平均數為 μ ，標準差為 σ，則在常態曲線下，μ 及 σ 之相對關係內所包含的面積為固定：

範　圍	所占面積
$\mu \pm 1\sigma$	68.27%
$\mu \pm 2\sigma$	95.44%
$\mu \pm 3\sigma$	99.74%



由於常態分配是連續分配，所以隨機變數 x 可以是任何數值。在常態曲線下任何兩個座標 x_a 與 x_b 之間的面積，即代表變數 x 在 x_a 與 x_b 之間出現的機

率，此種機率之衡量在統計學上非常重要，當然可以利用積分的方法由 p. d. f. 的公式求得。但是常態分配的 p. d. f. 公式相當複雜很難計算，因此一般均以事先製作的現成表格來查。

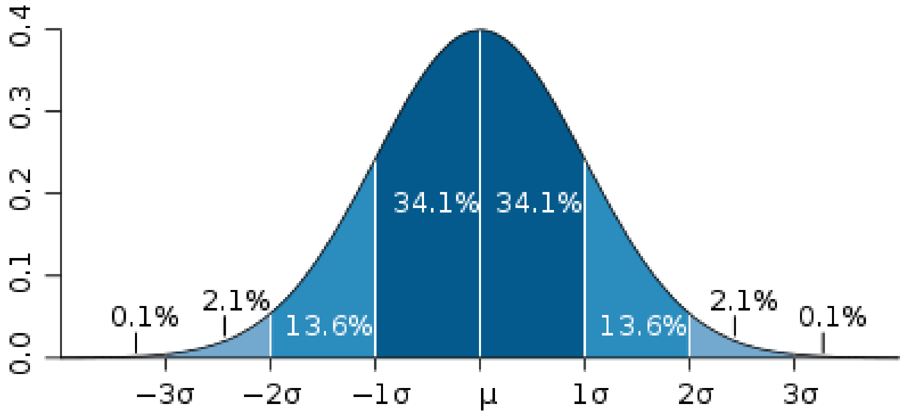
前面說過一個 μ 及一個 σ 就決定一個常態曲線，為各個不同的 μ 及 σ 製作表是根本不可能的，所以必需先將資料作一個轉換------改變尺度及位置------使其成為一條特定的常態曲線。我們再針對此特定常態曲線的各參數列表，即可適用於不同 μ 及 σ 的常態曲線，這個轉化過程，我們稱為常態分配的「標準化」(standardization)，標準化後的常態曲線稱為「標準常態曲線」(standard normal curve)。簡單來說，標準化就是將常態曲線橫座標的單位換成以標準差為尺度，中心點移到 0 以後的常態曲線。

標準化就是把每一個變數 x 減去平均數，即（x - μ），這就相當於把橫座標移到原點(0 點)，再把該變數減去平均數以後的差除以標準差後的結果稱為 Z 值，亦即：Z = (x − μ) / σ，其意義即為原變數 x 距離平均數 μ 有幾個標準差 σ，不管原變數的單位是什麼，在標準化後分子和分母的單位相抵消，變成了倍數。因此，不管原來的常態分配其平均數和標準差是多少、是什麼單位，標準化後就通通變成了平均數為 0，標準差為 1 的標準常態分配了，我們常以 N(0，1^2)來表示。這樣的變換又稱為 Z 變換，新變數 Z 的分配稱為 Z 分配，以各個 Z 值間所包含的面積(比例)作成的表格，稱為常態分配表，可以在任何一本統計學教科書或網路中查到。

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

常態分配(或稱正態分配)之機率密度函數(p.d.f.)如下：

標準常態分配圖形如下：


0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
34.1%
34.1%
13.6%
13.6%
2.1%
2.1%
0.1%
0.1%
−3σ
−2σ
−1σ
μ
1σ
2σ
3σ