

## 伯努力、均一、超幾何分配

機率分配也可以稱為機率分布，可分為連續的和間斷的機率分配二類。常見の間斷(或稱離散)機率分配有：伯努力試驗、均一分配、超幾何分配、二項分配、卜瓦松分配( Poisson Distribution )等，以下依序說明。

- 伯努力試驗( Bernoulli trial )

又稱為兩點試驗，即試驗只有二種結果，如成功即為 1 失敗即為 0。成功機率為  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ )，失敗機率為  $q = 1 - p$ ，因紀念瑞士科學家伯努力而命名。

在我們日常的生活中心，很多的事情都是只有二種結果的，例如考試及格或不及格、品質檢驗通過或不通過；明天下雨或不下雨；丟銅板正面或反面，丟骰子出現 6 點或不是 6 點……等等。也就是說，當一個試驗的結果只有二種：成功或失敗，成功機率為  $p$ ，那麼失敗的機率就是  $1 - p$ ，這種試驗就稱為伯努力試驗。如果重複多次且相互獨立的伯努力試驗，就成為二項分配。

- 間斷型均一分配 (Uniform Distribution )

所謂間斷型均一分配就是指：「試驗只有有限的結果，且各結果的機率均相同。」最好的例子就是擲一粒均勻的骰子，可能的結果點數為 1、2、3、4、5、6 六種，每個結果的機率都是  $1/6$ 。但同時丟二個骰子將其值相加的話，就不是間斷型均一分配了，因為二個骰子的點數相加其和的機率就不相同了。這種分配實用機會不多。

- 超幾何分配 ( Hypergeometric Distribution )

設一有限母群體總數為  $N$ ，其中含有性質 A 者有  $K$  個，不含性質 A 者就有  $(N - K)$  個，若於其中抽出  $n$  個作為一組樣本，抽出後不放回。若  $n$  個樣本中含性質 A 者為隨機變數  $k$ ，則  $k$  的機率分配稱為超幾何分配。出現  $k$  次的機率為：

$$f(k; n, l) \quad f(k=3) = \frac{\binom{6}{3} \binom{10-6}{5-3}}{\binom{10}{5}} = 0.476$$

分母表示所有在  $N$  個樣本中抽出  $n$  個的方法數目。

分子表示在  $K$  個樣本中，抽出含有性質  $A$  的  $k$  個的方法數目，此部分又稱為二項式係數。

不含性質  $A$  的樣本有  $N - K$  個，從其中抽出  $n - k$  個的抽法數目。

若  $n = 1$ ，超幾何分配也就是伯努力分配。

例如，容器中一共有 10 個球，其中 6 個是黑色的，4 個是白色的，每次抽一個，抽出後不放回，共抽 5 次，在這 5 個球中有 3 個黑球的機率為：

註：其中

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$