

一般人對機率認知的迷思(上)

機率的觀念好像並不複雜，也就是指隨機現象長期來說是有規則的或者簡單的說就是一個很多次以後的占比問題。可是心理學家說一般人面對機率問題常常處理得很糟糕，我們來討論幾個一般人對機率認識的迷思，看看有沒有困擾過你。

請看看下面二種說法，你認為是不是一樣的？

1. 丟一個均勻的銅板很多次以後，正面出現的比率會接近 $1/2$ 。
2. 丟一個均勻的銅板很多次以後，正面出現的次數會接近總次數的 $1/2$ 。

乍看之下，好像這二種說法是差不多的，實際上是第一種說法才是機率真正的涵意。因為丟一個銅板愈多次以後，正面出現的次數會距總次數 $1/2$ 也愈來愈遠。當我們投擲了銅板很多很多次以後，「大約」有 50% 是正面、50% 是反面，雖然以次數來看時也是「接近」一半。如果我們分別投了 100 次、1,000 次、10,000 次、100,000 次之後，假設正面都是出現 51%，以百分比來說，都是只差 1%，算是符合大約有 50% 的概念。可是以正面出現的次數來看，與總次數一半的差距卻分別是 1、10、100、1,000 次，也就是說投擲次數愈多這個次數與一半的差距也是跟著會愈多的，差 1,000 次就不會讓人覺得是很接近的。

真的有人做過大量擲銅板的實驗嗎？有的：

- 18 世紀的法國自然主義者布豐伯爵 (Count Buffon) 投擲了銅板 4,040 次，結果出現正面 2,048 次，正面的比例為 $2,048/4,040 = 0.5069$ 。
- 英國統計學家皮爾生 (Karl Pearson) 大約在 1900 年時，很神勇的投擲一個銅板 24,000 次，結果正面出現 12,012 次，正面的比例為 $12,012/24,000 = 0.5005$ 。
- 英國數學家柯瑞屈 (John Kerrich) 在第二次世界大戰時被德國人關在牢裡的時候，投擲了銅板 10,000 次，結果正面出現 5,067 次，正面的比例為 $5,067/10,000 = 0.5067$ 。

再者本來機率是一個長期規律現象的描述，可是人們對於隨機的直覺確

是：隨機現象應該在短期就呈現出規則，如果沒出現，我們就會想辦法去解釋，而不是把它當作是隨機變異。這就是所謂的「短期規律性迷思」。

例如，我們投擲一個銅板連續 6 次，請問以下哪一個結果比較容易發生？

第一組： 正正正反反反 ； 正正正正正正
第二組： 反反正反正正 ； 反正正反正正

幾乎每一個人都會說第二組比較容易發生，因為連續出現 3 次正後再連續出現 3 次反面，看起來就非常不隨機了，更何況是連續出現 6 次正面！可是，事實上，這二組發生的機率是一樣大的，都是 $1/2$ 的 6 次方。實際上連續出現相同結果是因為隨機的機遇，要比我們直覺上以為的機率大得多。例如我們連續擲一個銅板 10 次，中間發生連續三次都是正面或都是反面，我們看起來總是覺得不太隨機，可是理論上在連續 10 次的投擲中，會發生至少連續 3 次正面或反面的機率是大於 80% 的，是不是超出你的想像？

在賭場裡也是一樣，假設你看著張三擲骰子，在他每次擲之前，大家都可以跟著下注，賭他會贏或會輸。你已經眼睜睜的看著張三連贏 5 次了，請問你要如何下注？很多人心中都有個「手氣」定律，如果張三連贏 5 次，就是手氣正順，應該賭他下一把還是會贏。可是你也可以認為他既然已經連贏這麼多次了，總該輸一把了吧，所以應該賭他下一把會輸。事實上，這二種想法都沒有道理，因為骰子是沒有記憶的，它並不知道前面是輸還是贏，其實每一把輸贏的機率都是一樣的，在機率理論上每次賭的那把都是「獨立」事件。賭場裡的輸贏機率是經過精密計算後設定的，對賭徒來說，贏的機率當然會稍小於輸的機率，但也不能太低，太低了就吸引不到賭客，高了賭場就會賺不到錢。還好賭場的賭徒很多，不管個別賭徒怎麼賭，總賭局的數量一定是很大很大的，所以賭場就可以利用機率理論訂出在自己能有利潤的前題下又對賭徒具有吸引力的勝率來。

運動比賽又是一個例子，很多人愛看 NBA 的比賽，如果你喜歡的球員連續幾球都投中，球迷和隊友就會相信他「手風正順」，下一球還是投中的可能性會很高是不是？其實這也是不正確的，嚴謹的研究發現在籃球比賽中球員的連續進球或連續槓龜或正常表現發生的頻率其實是符合隨機的。也就是說，球員的表現是一貫的，不是一下子好一下子壞，所以挑選國家隊時，與其根據選拔賽中特定幾場球的表現還不如相信該球員長期表現的統計資料來得準確。

話又說回來，一個籃球員每次的投球之間是獨立的嗎？恐怕有人會爭議，但是長期的觀察顯示，它還蠻接近獨立的，想想看，是不是因為他的技術(實力)

底子？

現在，假設我們要買一張大樂透公益彩券(49 選 6)，你認為以下哪一組比較會中獎？

第一組： 01 02 03 04 05 06 (排序後)
第二組： 44 45 46 47 48 49
第三組： 02 13 14 30 43 48

很多人會認為當然是第三組，因為第一組和第二組不是最前面就是最後面的連續 6 個連碼，可以說是不可能的，要是會開出來，真是有鬼了！如果你是用電腦選號，第一組或第二組號碼出現，你會退給老闆不買了嗎？好了，或者我們就叫它「機率解釋」迷思吧！

事實上，每一組 6 個號碼出現的機率都是相同的，所以這三組中獎的機率是一樣的，說不定選前面二組號碼，真的中獎時還不會有人同號平分呢。記得曾經看過新聞報導，有人好心為了幫忙彩券行老闆，買了前面顧客的棄單，結果反而中了大獎！不是嗎？