

由機率看計劃生育

由於中國人口眾多，早就已經是世界上人口第一的大國，二戰後又逢內戰、韓戰和國內各種政治運動，曾一度鼓勵生育號稱「人多好辦事」。在毛去世和文革以後，政治漸趨穩定，當時中國科技經濟全面落後，雖然推動改革開放，但在食之者眾生之者寡，吃都吃不飽的情況下，國家發展根本免談！因此，在 1982 年底中共第五屆全國人民代表大會將「計劃生育」確定為基本國策，俗稱為「一胎化政策」。從此採用各種人為干預的辦法落實，以控制人口成長，據官方估計，30 多年來使得中國少出生了 4 億多人，可以說成效著著，當然也帶來了很多負面影響。

隨著 30 多年來的改革開放，整個社會的經濟和教育都出現了爆炸性成長，生育率則持續出現緊縮下跌，尤其是老齡化嚴重，性別失衡，帶來的社會問題日漸顯現，終於在 2015 年 10 月的中共十八屆五中全會宣佈了放開了全面二胎(但還是限制三胎)。結果除了次年出生少量增加外，接下來連續三年出生率又持續出現歷史新低的下跌，是否應該進一步的放開計劃生育政策又成了值得討論的課題。

前面說過，中華文化的傳宗接代觀念給了所有家庭想要生兒子的壓力，因為「不孝有三，無後為大」。過去在計劃生育限制下，不意外的產生了人為干預，因而扭曲了新生嬰兒的男女性別比率，2005 年的嬰兒性別比甚至達到了 118.9 : 100，男性比女性多了近 20%，這種性別的嚴重不均在未來的 2、30 年必然會導致社會問題。而這個性別失衡的問題恐怕是全面開放二胎也很難有效解決的。

好了，我們希望逐步開放計劃生育並解決人口性別失衡問題，有什麼更好的辦法嗎？我們認為每對夫妻都有擁有兒子機會的權利，所以從機率的角，試提以下的計劃生育新方案：

「每對夫妻第一胎不是生兒子的話，就可以再生，直到生到兒子為止就不能再生了，但最多生 4 個。」

也就是說，大家都有機會生兒子，生女兒話就可再生，直到生到兒子為止，但最多限生 4 個小孩。這樣的計劃生育政策應該相當人性化了，也能考慮到世俗的壓力，因為絕大多數家庭都會有兒子的，如果給了 4 次機會，還是生

不出兒子，也總該認命了，不是嗎？

或許有人會提出以下問題：

- 到底有多少比例的家庭會有兒子呢？
- 會不會造成女性超過男性的性別失衡？
- 最多生 4 個會不會導致人口失控？

好了，對這三個問題我們以機率的理論來驗證一下：

一、有多少比例的家庭有兒子？ 會有 93.75% 的家庭擁有兒子。計算如下：

理論上來說

第一胎就生兒子的家庭有 $1/2$ ，不能再生了。

第一胎生女兒的家庭也是 $1/2$ ，可以再生，其中第二胎才生兒子的有 $1/2$ ，不能再生了。

第一、二胎生的都是女兒的有 $1/2 \times 1/2$ ，還可生第三胎，其中第三胎生兒子的有 $1/2$ ，不能再生了。

第一、二、三胎生的都是女兒的家庭有 $1/2 \times 1/2 \times 1/2$ ，其中第四胎生兒子的有 $1/2$ 。還有 $1/2$ 的家庭是四仙女，不能再生了。

所以總共有兒子的家庭有：

$$1/2 + 1/2 \times 1/2 + 1/2 \times 1/2 \times 1/2 + 1/2 \times 1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 0.5 + 0.25 + 0.125 + 0.0625 = 0.9375$$

也就是說，理論上說會有 93.75% 的家庭擁有兒子，四仙女的家庭有 6.25% ($1 - 93.75\%$)。

二、會不會造成女性超過男性的性別失衡？ 不會。說明如下：

因為每胎生兒生女的機率都是 $1/2$ ，各胎都是獨立事件，也就是說下一胎生男生女與上一胎無關。

三、最多生 4 個會不會導致人口失控？ 不會，每個家庭擁有孩子數的期望值是 1.875。

- 有一個孩子的家庭有總家庭數的 $1/2$ ；
- 二個孩子的家庭有總家庭數的 $1/2 \times 1/2$ ；
- 三個孩子的家庭有總家庭數的 $1/2 \times 1/2 \times 1/2$ ；
- 四個孩子的家庭有總家庭數的 $1/2 \times 1/2 \times 1/2 \times 1/2$

故所有家庭孩子數的期望值為：

$$\begin{aligned} & 1 \times 1/2 + 2 (1/2 \times 1/2) + 3 (1/2 \times 1/2 \times 1/2 + 4 (1/2 \times 1/2 \times 1/2 \times 1/2) + 4 \\ & (1/2 \times 1/2 \times 1/2 \times 1/2) \\ & = 0.5 + 0.5 + 0.375 + 0.25 + 0.25 = 1.875 \end{aligned}$$

好了，這個新政策每個家庭平均的子女數其實只有 **1.875**，父加母二個人只有不到二個後代是不足人口替代的。當然這是理論值，實際上並不是每個人都會結婚成家，結婚後也不是都會生孩子，當然也不是每對夫妻都一定要生到有兒子，所以實際的平子女數一定還要更低，一定是無法達到人口替代的，所以總人口數還是會逐年減少。因此，如果國家的人口政策是希望人口總數能維持穩定，不要增加也不要減少，那就要更放寬生育政策才行，至於要怎麼放寬最恰當，就留給人口問題的專家吧。

最後提出二個問題，作為同學的家庭作業：

- 1、 如果生育政策改為：「全面放寬二胎，且允許二個都是女兒的家庭繼續生，直到有兒子或最多四胎為止。」請計算一下每個家庭平均會擁有幾個孩子？
- 2、 請使用「亂數表模擬」的方法，試著模擬前述「生到有兒子但最多生 4 個」的方案驗證以下問題，並與上述理論的結果來作比較：
 - 到底有多少比例的家庭會有兒子？
 - 會不會造成女性超過男性的性別失衡？
 - 最多生 4 個會不會導致人口失控？