

## 基本機率概念

在我們日常生活中常常用到一些較不確定用語，例如：「明天可能會下雨」；「小戴可能奪得本屆奧運羽球女單金牌」……，如果把第一句改成「我以 2 比 1 跟你打賭明天會下雨」，這就意味我們正以一種粗略的方式在衡量這種不確定性。統計學可以說是正是一門有關「面對不確定問題時如何下決定」的學問。而數學上的機率論是一種衡量不確定性的理論基礎，因此學習統計，就必需對「機率」有進一步的認識。

早期機率理論的發展與人類的賭性分不開關係。為了增加獲勝的機會，賭徒會到處尋求最佳的策略，套用目前的流行用語，就是「求明牌」。有些人求諸「神明」，有些人求諸所謂的科學就是「統計與機率理論」。就以目前盛行的「樂透---公益彩券」為例，有人將第一期開始至最近一期的中獎號碼，利用電腦統計分析，統計出來一些較經常搖出的號碼和不常搖出的號碼，希望幫助選號，增加中獎的機率，就是最好的例子。今天，機率理論已經成為統計檢定和推論的基本理論基礎，並廣泛應用在民意調查、工商行銷、天氣預測、流行病學……等各種領域上。

「機率」，又稱「概率、或然率」是數學機率論的基本概念，它是從 0 到 1 之間的一個實數，0 就是絕對不會發生，1 就是絕對會發生，當然不可能為負值，這就是對隨機事件發生可能性的一種度量。

機率就是指在相同條件下重覆試驗  $N$  次時，該事件(A)可能出現次數之比率。以符號表示如下：

$$P(A) = S / N$$

式中  $P(A)$ ：讀作 Probability of A，即 A 出現之機率。

$N$ ：總試驗次數

$S$ ：在  $n$  次試驗中，出現事件 A 的次數

註：此處的試(實)驗(Experiment)是指產生一組含有各種不同結果(Outcome)的過程，並不僅指實驗室中所作的操作，而是廣義的包括各種資料搜集或觀察的過程，可以是實際的，也可以是想像的。

如果試驗的次數趨近於無限大 ( $\infty$ ) 時，事件 A 發生的機率就是其在群體中所占的比例。例如：

1. 擲一粒骰子，可能出現 1，2，3，4，5，6 點共 6 個事件，設出現 6 點稱為事件 A，那麼出現 6 點的機率就是

$$P(A) = P(6) = 1/6$$

2. 統計某醫院產房在本月份出生嬰兒之性別，發現共出生 100 個嬰兒，其中有男嬰 52 個，則出生男嬰的機率為

$$P(A) = P(\text{男嬰}) = 52/100 = 0.52$$

3. 從一副撲克牌共 52 張中每次抽一張後放回抽無限多次，則抽到黑桃 (共有 13 張)的機率為：

$$P(A) = P(\text{黑桃}) = 13/52 = 0.25$$

同學們要注意的是：機率是用於表達不確定情形下可能產生的結果，不是單一次的實驗結果，所以只有在次數很多時才有意義。例如：我們說丟一枚銅板出現正面的機率為  $1/2$ 。如果針對單獨丟一次銅板來說就沒有意義，因為對任何一次丟擲，它的結果不是正面就是反面， $1/2$  並不能表達什麼。但是當我們丟 100 次時，即可以預測正面會出現「50 次左右」，丟的次數愈多，最後的結果就會非常接近一半(即 0.5)。如果在丟銅板的過程中，正面連續出現了 5 次，下一次出現反面的機率並不會變多，因為銅板並不知道正面已經連續出現 5 次了，這是因為每次丟銅板都是獨立事件，完全不會相互影響。

那麼  $1/2$  到底是什麼意思？它是告訴我們丟了許多許多次以後，出現正面或反面的次數都會接近一半。如果我們不能真正體會其中涵意，就常常會誤解，例如：

- 生兒子和女兒的機率理論上是  $1/2$ ，可是連續生了 6 個女兒的夫妻，第 7 個孩子是男孩的機率並不會變多，還是  $1/2$ ，與生 7 仙女的機率是一樣的。為什麼？因為它們是獨立事件。那你說知道機率是  $1/2$  有什麼用？有的，它雖然不能預測某一次生產時嬰兒的性別，但可以用來預測某一個地區一年所有新生嬰兒男女嬰的比率應該各占一半，所以對於製造或販售嬰兒用品的業者來說是有用的。而且如果真正統計一個國家新生嬰兒的比例如果發現有明顯的偏差，就可推測一定是受到了外來因素的干預。

- 在比大小的賭場中，如果已經連續出現了 6 次是大，第 7 次出現小的機率還是  $1/2$ ，不會變大，所以押小不會提高勝算。那知道獲勝機率有什麼用？它對個別賭徒來說的確是沒有用的，那是因為個人下注的次數總是有限的，但是對賭場來說就有用了，因為在一個賭場中，所有賭徒的總下注次數就很大了，因此就可以用來估計賭場的利潤了，當然也可以用來抓老千！