機率是怎麼得到的

某一事件出現的機率的獲得，一般可歸納為以下三個方法，即：

1. 理論 --- 稱為事先機率 (Priority Probability)

　　依據學術上的理論得知。例如嬰兒的兩個性染色體，一個得自父親(XY)，一個得自母親(XX)，所有可能的配對不外四種，即 XX、XX、XY、XY，在這四種可能中男嬰(XY)佔二個，女嬰(XX)也佔二個，故得知生男嬰的機率與生女嬰的機率相同，都是二分之一。由於機率就是某一事件出現次數在總次數中所占的比例，所以有些事情我們只要能夠掌握全局，就可明確的計算出該事件的機率。例如我們知道撲克牌總共有 52 張，任何設定的組合出現的機率就可以根據理論推算出來。各種公益彩券中獎的機率也可以由理論推算出來。隨著科技的發展，我們已經對於事物變化的科學原理了解得愈來愈多，由此就能夠知道各種事件出現的事先機率。

2. 經驗 --- 稱為經驗機率 (Empirical Probability)

　　同樣以生男生女為例，在古代人類對生男生女的科學原理還不清楚前，可以依據過去實際發生的事實經驗，長期統計彙總，一樣可以計算出新生嬰兒中男嬰和女嬰的比例，同樣可以知道生男嬰和生女嬰的機率。到底科技還在不斷的發展當中，有很多事情在我們還不能用科學原理解釋之前，就可以通過實際結果的統計知道其發生的機率，不管是實際實驗或電腦模擬都可以。在現在新冠疫情期間，各國發展了各種不同原理的疫苗，其有效性(以機率表示)就是通過實驗得到的。還有，保險業也是根據過去已經發生的大量統計資料，推估某事件發生的機率，來決定保費該收多少。

　　同學們不要忘記，我們雖然不了解機理(即為什麼)，但是可以透過實際「經驗」(也就是過去大量的統計數字)或部份的實驗結果，一樣能夠獲得經驗機率！

3. 主觀判定 --- 稱為主觀機率 (Subjective Probability)

　　當無法由上二法知道機率時，亦可根據個人的專業知識及經驗作主觀的判斷各事件發生的機率。以生男生女為例，就有老經驗的產婆

說，孕婦肚子尖尖的就是男嬰，肚子圓圓的就是女嬰。你可能會質疑，這樣會準確嗎？有些狀況，沒有別的方法，聽聽有經驗老師傅的判斷不失也是一個辦法，有經驗總比沒經驗來得好！不要以為主觀判斷的機率沒有用處，你看看，在重要的運動比賽前，不是總有賭迷根據專家按天時、地利、人和等因素，在賽前預測哪一隊贏的機率來下注嗎？對於股市未來漲跌機率作預測的名嘴，現在更是形成了一個專門的行業，還要交錢加入會員才要告訴你呢！

關於機率，以下基本觀念非常重要，一定要把握：

(1) 機率不可能為負值

因為一事件的機率就是該事件在所有可能結果中的「占比」，最少就是沒有，最多就是一定出現，也就是說任一事件發生的機率，最少就是 0 (0 %)，最多就是 1 (100%)，或者在 0 與 1 之間，絕對不可能為負值。

(2) Σ P(Ei) = 1，對所有的 i

在一次實驗中可能會出現多種事件，在實驗很多次以後，所有可能的事件占比(機率)加總起來一定是 1 (即 100%)，也就是說各事件出現次數的總和應等於實驗的總次數。如果有大於 1 的現象，那一定是產生了混淆錯誤，要把它找出來更正！

(3) 機率的加法定理

設 P (A)與 P (B) 分別代表事件 A 與事件 B 發生的機率，P (A + B)代表事件 A 或事件 B 或二者均發生之機率。 P (A + B) 因 A、B 二事件之關係而不同：

當 A、B 二事件為互斥時(指當 A 事件發生時，另一事件 B 即不可能發生)

P (A 或 B) = P (A) + P (B)

例如，丟一粒均勻骰子，出現 1 點或 6 點之機率為

$P(A 或 B) = P(A) + P(B) = 1/6 + 1/6 = 2/6 = 1/3$。

當 A、B 二事件為非互斥時(指 A 事件與 B 事件有同時出現的交集部份)

$$P(A 或 B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

例如，從一副撲克牌中抽一張，抽到 A 或黑桃的機率為：

$P(A 或 B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 4/52 + 13/52 - 1/52 = 16/52 = 4/13 = 0.308$

(4) 機率的乘法定理

若一事件 A 發生之機為 P(A)，事件 B 發生之機率為 P(B)，則事件 A 與 B 同時發生之機率視事件 A、B 是否獨立而不同：

當 A、B 二事件為獨立(independent, 指事件 A 發生與事件 B 無關)時：

$$P(A 及 B) = P(A) \times P(B)$$

例如：同時丟二個銅板，因為第一個銅板出現正面或反面完全與第二個銅板無關，

因此第一個是正面與第二個也是正面的機率為：

$$P(A 及 B) = P(A) \times P(B) = 1/2 \times 1/2 = 1/4$$

當事件 A 與事件 B 為相依(dependent,即事件 B 發生之機率與事件 A 有關)時：

$P(A 及 B) = P(A) \times P(B|A)$，式中 $P(B|A)$讀作「P of B line A」，意即在已知事件 A 發生的情況下事件 B 發生的機率。

例如：在同一副撲克牌中抽出一張後不放回再抽一張，則二張都是黑桃的機率為：

$P(A 及 B) = P(A) \times P(B|A) = 13/52 \times 12/52 = 156/2,704 = 0.0577$

P (B|A)又稱為條件機率(Conditional Probability)，是表示已知 A 事件發生，再發生 B 事件之機率。

P (B|A) = P (A 及 B) / P (A)

例如，假設我們從美國之生命表中查出美國人活到 25 歲之機率為 0.96716，活到 65 歲之機率為 0.79529，那麼一個 25 歲美國人可以再活到 65 歲之機率為：

P (B|A) = P (A 及 B) / P (A) = 0.79529/0.96716 = 0.82229

此資料對人壽保險業是不是非常有用？