

統一發票中獎率相關分析

統一發票還可以兌獎，算是台灣的獨創。財政部為了防止商家瞞報交易逃避營業稅收，所以開創了憑發票對獎的方法，鼓勵消費者在消費時主動向商家索取發票。目前是每二個月開獎一次，對中特獎可得獎金 100 萬元，最小獎是中 3 碼得 200 元。統一發票甚至還經常加開數個普獎號碼和特別獎，中獎獎金更高達 1000 萬元，成了一般民眾的小確幸！

你會怎麼處理收到的發票呢？隨手捐出去？中獎機率太低沒有太在意？也有不少人積存起來，因為每一張還未開獎的發票都是一張潛在的獎券喔。讓我們來計算每張發票的期望值，也就是每張未對獎的發票到底值多少錢吧！

首先，每兩個月一度的發票對獎時間，會公佈出來以下的獎號：

110 年 3、4 月獎號

	中獎號碼	獎金
特別獎	59518250	1000 萬元
特獎	81016847	200 萬元
頭獎	22884739、80660537、62637675	20 萬
增開六獎	187	200 元
二獎	發票後 7 碼數字與頭獎末 7 碼相同	4 萬元
三獎	發票後 6 碼數字與頭獎末 6 碼相同	1 萬元
四獎	發票後 5 碼數字與頭獎末 5 碼相同	4000 元
五獎	發票後 4 碼數字與頭獎末 4 碼相同	1000 元
六獎	發票後 3 碼數字與頭獎末 3 碼相同	200 元

每張發票的中獎期望值 = 中獎機率 × 獎金

已知：統一發票號碼總共有八位數，即 00000000 ~ 99999999 共 1 億組號碼。同時，每張中獎統一發票，只能選擇一個獎金領取。

	中獎機率 × 獎金	期望值
獎項		
特別獎	1 組號碼 / 1 億組號碼 × 1000 萬元	0.10 元
特獎	1 組 / 1 億組 × 200 萬元	0.02 元
頭獎	3 組 / 1 億組 × 20 萬元	0.006 元
二獎	3×(10-1) 組 / 1 億組 × 4 萬元	0.0108 元

三獎	$3 \times 10 \times (10-1)$ 組 / 1 億組	$\times 1$ 萬元	0.027 元
四獎	$3 \times 10 \times 10 \times (10-1)$ 組 / 1 億組	$\times 4$ 千元	0.108 元
五獎	$3 \times 10 \times 10 \times 10 \times (10-1)$ 組 / 1 億組	$\times 1$ 千元	0.27 元
六獎	$3 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times (10-1)$ 組 / 1 億組	$\times 200$ 元	0.54 元
增開六獎	$1 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ 組 / 1 億組	$\times 200$ 元	0.20 元

計算中二獎的 $(10-1)$ 是因為要扣掉成為頭獎的機率，因為一張發票只能領一個獎，應該是不會有人中了頭獎，卻去領二獎的獎金吧！同理，從二獎到六獎都要扣掉 1 張中了前一個獎的，所以都需要乘上 $(10-1)$ 。

因為每張發票上的數字皆為隨機且獲得機率相同，增開獎的「末三碼」也沒有重複，同時每張發票都是領取最大額度的獎項，所以一張發票的期望值就是以上所有獎項期望值的總和 1.2818 元。也就是說每張發票在未對獎前的價值為 1.2818 元。當然，如果沒有增開 6 獎一組，就要減去 0.2 元，成為 1.0818 元，也就是正常情況下每張發票差不多等於 1 塊錢。可是最多的時候也會增開 3 組六獎，那麼每增 1 組就加上 0.2 元即可。

以上分析告訴我們什麼？用普通話來說，就是：

- 從地上撿起一張發票等於撿到 1 塊錢加上減少一張廢紙污染。
- 以 1000 除以中最小獎六獎的個數 3，就是理論上平均要 333 張發票才會中一張，如加開一組就除以 4，就是平均要 250 張發票才會中一張。請自己盤點一下，每個月大約可以積到幾張來對獎？如果不到 100 張你就中一張 200 元的，那就值得恭喜了，真是走狗屎運了！如果中了 1 張 1000 元的，接著一年不中也不該抱怨了！
- 如果以每張 1 元來收購其他同學尚未開獎的發票，每一張會有一點小賺頭 $(1.0818 - 1)$ ，可是如果在加開 3 組六獎的情況下，利潤率就至少會有 6 成，看起來還相當有吸引力哦！

再談一下與發票對獎相關的問題(有些觀念也同樣適用於公益彩券)：

- 每張發票的中獎機率都是相同的

發票號碼共有 8 碼，所以每張發票對中 1000 萬元特別獎的機率都相同是一億分之一，也就是說，並不存在某些號碼比較容易中某些不

容易中的情形。所以 12345678；11111111；00000000；55556666；01020304……等，這些看起來非常特別的號碼中獎機率和 59518250；81016847；22884739；80660537；62637675……等其實都是一樣的。因為每個開出的號碼都是獨立事件，8 碼全中的機率就是 $(1/10)^8$ ，亦即 1 億分之一。所以不要拿到發票一看，自以為這個號碼怎麼有可能中獎，就隨手一丟，要記得：「有發票雖很難中獎，但沒有發票是一定不會中獎的！」。

- 為什麼總是看到有幸運人士到超商消費不到百元竟然中了大獎的報導？

為什麼總是超商？為什麼總是小額？那只是反映超商和小額發票占全部發票總數的比重太大了。超商都是連鎖店，不管顧客是否索取發票他們都一定會主動開，因為發票也是他們內部自我管理系統的重要依據。在超商所謂的小額消費是相當正常的。只要系統的設計沒有漏洞，不需帶著懷疑的眼光來解釋來下結論。

- 有人去加油站加油卻要求開許多張小額發票

這正反映了發票對獎系統設計上的瑕疵，讓人有圖利自己的可趁之機。因為中獎的獎金與消費金額無關，而手中的發票數量愈多機會就跟著多。解決的補漏辦法很簡單，只要針對頭獎以上的獎項，規定中獎金額為發票金額的 1000 倍，並以現在的中獎金額為上限即可。

- 不要聽信「明牌」、「神佛」、「內線消息」

我們只要督促開獎機構採取各種防弊措施，例如開獎機、號碼組、工作人員、見證人、律師、公開作業……等方法盡量做到公正、公開、公信，以保證開獎結果的隨機性，排除人為影響，就值得信賴，這是科學問題無需搬神弄鬼。