

常態分配

常態分配(Normal Distribution) 又稱為正態分佈，最早是大數學家高斯用來描述重複度量同一變數時的小誤差，所以又被稱為高斯分佈(Gaussian Distribution)或誤差曲線，後由美國邏輯學家 Peirce 稱為常態曲線。常態分配是一個非常常見、非常重要的連續機率分配，由其機率密度函數畫出的曲線稱為常態曲線，常態曲線呈鐘形且有很多種，每一個常態曲線都可以用各自的平均數和標準差來描述。宇宙間有很多自然現象都很近似常態分配，例如人的身高、體重、血壓、智商、考試成績……等等。要注意的是此處之「常態(normal)」與醫學上使用之「正常(normal)」一詞，雖然英文寫法一樣，但其意義並不相同，所以中文譯成常態來區分。

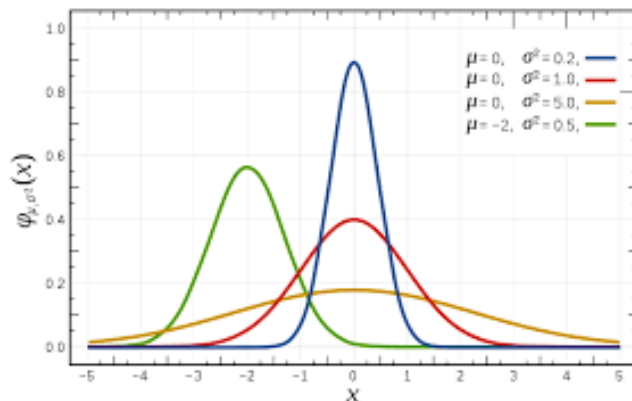
常態分配記為：

$$X \sim N(\mu, \sigma^2),$$

其平均數為 μ ，變異數為 σ^2 ，標準差為 σ ，機率密度函數為：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

常態分布的機率密度函數曲線呈鐘形，因此人們又經常稱之為鐘形曲線（類似於寺廟裡的大鐘，因此得名）。

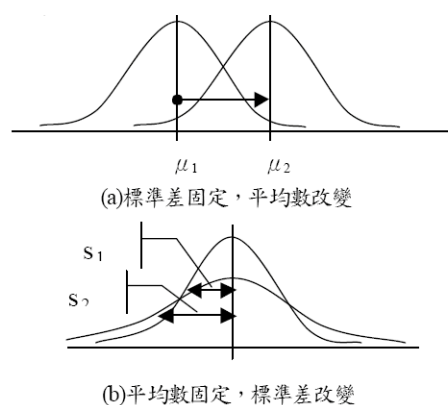


常態曲線是特別重要的曲線，常態曲線都是對稱、單峰且呈鐘形的曲線，尾部下降很快，並具備以下性質：

- 只要給定了平均數和標準差，就可以確定此特定的常態曲線。

- 平均數決定常態曲線的中心，位置在曲線的對稱中心。
- 標準差決定曲線的形狀，亦即從平均數到平均數左側或右側的曲率轉換點的距離。

常態曲線是對稱且平滑的，不會看到離群值，平均數、中位數和眾數都落在中心的同一點。我們可以用目視法在常態曲線上找到標準差，當我們從中心點往兩側移，圖形會很快的往下降，離中心愈遠就降得愈慢，由中心一直到曲率變化的那點就是一個標準差的地方，即由下凹變成上凹之處。平均數只會改變曲線在 x 軸上的位置，標準差則會改變曲線的形狀。



除了許多自然現象的分佈會呈常態曲線以外，任何變數，只要是許多互相獨立的小作用之和或平均，其「值」的分佈也會接近常態(這是可以用數學證的)，因此常態分佈非常有用非常重要！